Problemi del Pretest di Ammissione

Lo Staff dello Stage*

20 novembre 2024

Sommario

Ciao! I problemi che state per leggere sono la prima sfida che vi separa dalla possibilità di partecipare allo Stage 2025. **Leggete attentamente questa introduzione**: potrà esservi utile per un approccio corretto al Pretest.

Avete qualche giorno di tempo per risolvere i problemi, perciò sentitevi liberi di andare a cercare o studiare gli argomenti che non conoscete bene: il Pretest serve anche a questo!

Sconsigliamo fortemente di cercare direttamente le soluzioni, di far risolvere i problemi ad altri o di svolgeri in gruppo: non servirebbe né a voi (non vi aiuta ad approcciare argomenti nuovi in maniera autonoma; inoltre alle Olimpiadi siete da soli!), né a noi per selezionarvi in modo appropriato (ricordatevi che ci saranno anche una prova scritta e una orale!).

Per svolgere i problemi è ammesso l'utilizzo della calcolatrice scientifica e del materiale da disegno. I problemi **non** sono in ordine di difficoltà, quindi vi invitiamo a non scoraggiarvi e a leggerli tutti. Questi problemi sono tanti e non sono di banale difficoltà, quindi anche risolverne alcuni può essere considerato un successo.

Per consegnare le risposte, fate affidamento alle modalità indicate sul sito dello Stage, alla pagina "Iscrizione".

Nota bene: le risposte vanno consegnate con un'incertezza relativa dello 0.5%, quindi vi suggeriamo, per evitare propagazione di errori numerici, di **prima** trovare esplicitamente la formula analitica della soluzione e **dopo** inserirvi i valori numerici. Occhio a consegnare abbastanza cifre significative! Una risposta fuori, anche di poco, dall'intervallo di validità, viene considerata sbagliata.

Nota bene (pt. 2): per lo stesso motivo, utilizzate le costanti fisiche riportate nella tabella in fondo al testo.

Per eventuali domande, rivolgersi **solamente** all'indirizzo email segreteria.stagefisica@sns.it Eventuali correzioni sul testo possono essere annunciate sul sito ufficiale, quindi vi suggeriamo fortemente di tenere d'occhio il sito!

Buon lavoro a tutti!

*segreteria.stagefisica@sns.it

PROB. 1 — Da zero a cento

L'accelerazione di un'automobile può assumere qualsiasi valore compreso tra a_0 e $-a_0$, con $a_0 = 3{,}5\,\mathrm{m/s^2}$. Partendo da fermo, il conducente vuole raggiungere un punto distante 100 m dal punto di partenza, arrivandovi con velocità finale nulla ed impiegando il minor tempo possibile. Quanto tempo è necessario?

Unità di misura: s. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 2 — Pallina appesa

Una pallina di massa $m = 0{,}1\,\mathrm{kg}$ (approssimabile a un punto materiale) è appesa a un punto del soffitto tramite un filo di lunghezza $\ell = 1\,\mathrm{m}$ e massa trascurabile. Essa descrive una traiettoria circolare in un piano parallelo al soffitto, con velocità di modulo costante. Il periodo di tale moto è $T = 1{,}5\,\mathrm{s}$. Determinare il raggio della traiettoria.

Unità di misura: m. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 3 — Gas mescolati

Un contenitore con pareti adiabatiche e rigide viene suddiviso in tre parti, ciascuna di volume $V = 1\,\mathrm{L}$, da dei setti a loro volta adiabatici e di volume trascurabile. La prima parte contiene n moli di un gas perfetto a temperatura T, la seconda ne contiene $\frac{n}{2}$ a temperatura $2T$ e la terza ne contiene $\frac{n}{3}$ a temperatura $3T$. Il gas in questione è biatomico. A un certo punto, i setti separatori vengono rimossi, e si attende sufficiente tempo affinché si ristabilisca l'equilibrio termodinamico all'interno del contenitore. Se $n = 5\,\mathrm{mol}$ e $T = 400\,\mathrm{K}$, qual è il valore della temperatura finale del gas?

Unità di misura: K. *Precisione richiesta:* 0.5%.

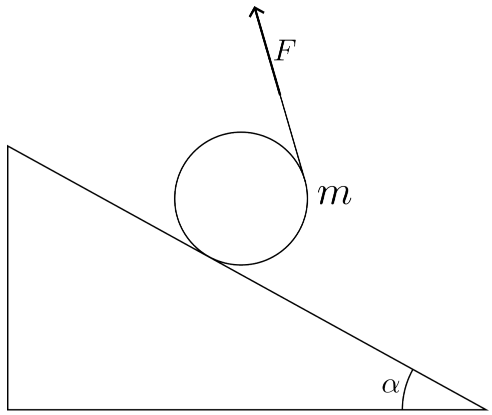
PROB. 4 — Getto d'acqua

Una bacinella di forma cilindrica e altezza $H = 50\,\mathrm{cm}$ viene posta su un piedistallo alto $h = 50\,\mathrm{cm}$ e riempita d'acqua fino al bordo. Viene quindi praticato un piccolo foro sulla sua superficie laterale, vicino alla base inferiore del cilindro, da cui l'acqua inizia a fuoriuscire. Si misura quindi la distanza massima x raggiunta in orizzontale dal getto d'acqua prima di esaurirsi. Quanto vale x?

Unità di misura: cm. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 5 — Forza minima

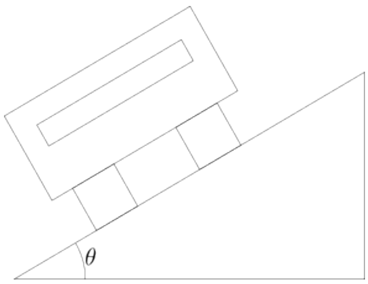
Su un piano inclinato di un angolo $\alpha = 10°$ rispetto all'orizzontale è appoggiato un cilindro di massa uniformemente distribuita $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$, in maniera che il suo asse sia parallelo al terreno.



Il coefficiente di attrito tra piano e cilindro è alto abbastanza da impedire lo scivolamento del secondo sul primo. Un lungo filo sottile è avvolto attorno al cilindro, e una sua estremità è tenuta come in figura. Qual è il modulo della minima forza F che deve esercitare la persona che regge il filo perché il cilindro non si muova?

Unità di misura: N. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 6 — Niente attrito, grazie

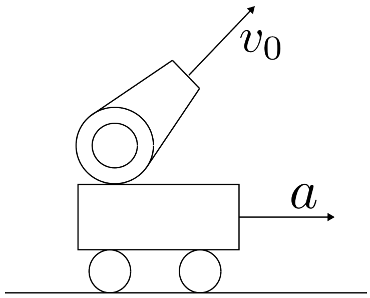


Una macchina sta girando su una pista circolare, come in figura. La strada di questa pista è leggermente inclinata verso il centro della stessa. Il moto circolare uniforme della macchina è tale che la forza d'attrito tra le sue ruote e la pista sia nulla. Se il circuito ha un diametro di 2 km e la macchina fa un giro ogni 2 minuti e mezzo, calcola l'angolo di cui la strada è inclinata rispetto al piano orizzontale.

Unità di misura: °. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 7 — A volte ritornano

I pirati al giorno d'oggi non vanno soltanto in mare, e il capitano Jack Landau possiede una macchina dotata di cannoncino, come quella in figura. La macchina parte inizialmente da ferma all'istante $t = 0\,\mathrm{s}$ e si muove in orizzontale di moto rettilineo uniformemente accelerato, con accelerazione $a = 1\,\mathrm{m/s^2}$. Il cannone di cui è dotato spara un colpo a $t = 0\,\mathrm{s}$ con velocità $v_0 = 200\,\mathrm{m/s}$ e inclinato di un certo angolo. L'angolo è tale che il colpo sparato colpisce esattamente il veicolo in moto. Trovare il tempo a cui avviene tale collisione. Si possono trascurare le dimensioni del veicolo nella risoluzione del problema.



Unità di misura: s. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 8 — Viva il Sistema Internazionale!

Leggendo un libro di QFT in Curved Spacetime scritto da un ingegnere americano, ti imbatti nella costante $\hbar$. Purtroppo, l'autore utilizza come unità di misura:

- la pertica pergolettese per la lunghezza: $1\,\mathrm{rd} = 27\,618\,\mathrm{mm}$;
- le statue della libertà per la massa: $1\,\mathrm{SoL} = 204{,}1$ tonnellate;
- la velocità di un incrociatore di classe Virginia per la velocità: $1\,\mathrm{Vs} = 57{,}41\,\mathrm{km\ h^{-1}}$.

Quanto vale la costante $\hbar$ in queste unità di misura?

Unità di misura: rdSoLVs. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 9 — Quadrato di cariche

Nel vuoto sono presenti 4 cariche puntiformi identiche di carica $q = 5{,}2\,\mathrm{nC}$ e massa $m = 20\,\mathrm{g}$ ciascuna. Inizialmente, esse sono tenute ferme ai vertici di un quadrato di lato $L = 3{,}7\,\mathrm{m}$. Improvvisamente, esse vengono rilasciate. Trascurando l'irraggiamento, si determini la massima velocità raggiunta nel moto conseguente da una delle cariche. Non è presente la gravità.

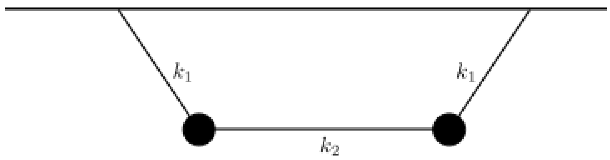
Unità di misura: m/s. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 10 — Quanto manca?

Per poter calcolare al meglio quanto manca all'apertura della mensa, le matricole normaliste si esercitano a costruire delle clessidre a sabbia. Dopo un po' di esperimenti, si rendono conto che la quantità di massa che cade per unità di tempo non dipende dal peso della sabbia soprastante, ma solo dalla sua densità ρ, dall'area A dell'apertura, e dall'accelerazione di gravità g. In un primo test riempiono completamente una delle due metà di una clessidra di prova, notando che il flusso si esaurisce dopo un tempo T. In seguito ne costruiscono una copia più grande, in scala $2:1$, lasciando le forme invariate, e ripetono l'esperimento, di nuovo riempiendo completamente la metà della clessidra, misurando stavolta un tempo T'. Quanto vale $\frac{T'}{T}$?

Unità di misura: adimensionale. *Precisione richiesta:* 0.5%.

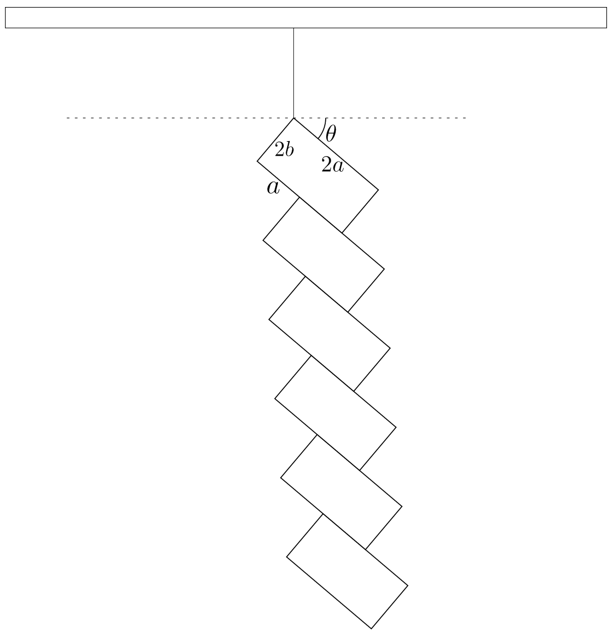
PROB. 11 — Palline appese con elastico –



Ci sono due palline di massa $m = 150\,\mathrm{g}$ collegate da degli elastici, approssimabili come ideali, come in figura, con costanti elastiche $k_1 = 10\,\mathrm{N m^{-1}}$ e $k_2 = 15\,\mathrm{N m^{-1}}$. La lunghezza a riposo degli elastici può essere trascurata. Ciascuno dei due elastici posti più in alto ha un'estremità attaccata al soffitto, in punti che distano tra loro una distanza $d = 2\,\mathrm{m}$. Trovare l'angolo acuto che tali elastici a lato formano con l'orizzontale.

Unità di misura: rad. *Precisione richiesta:* 0.5%.

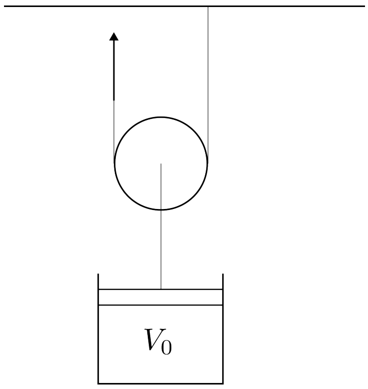
PROB. 12 — Decorazione strana



Nella notte del 4 luglio (festival giapponese dei fuochi d'artificio), Manueru Cuzumaru nota una decorazione che ha la forma mostrata in figura. La decorazione è composta da svariati rettangoli di carta, di lati $2a = 18\,\mathrm{cm}$ e $2b = 14\,\mathrm{cm}$, tutti di massa uguale. La decorazione è attaccata a un filo teso tramite l'angolo del primo rettangolo, come in figura. Calcola l'angolo θ (quello in figura), formato dal primo rettangolo con l'orizzontale, nel limite in cui il numero di rettangoli è molto grande.

Unità di misura: rad. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 13 — Gas e carrucola



Un gas perfetto monoatomico si trova in un pistone di sezione $A = 3\,\mathrm{dm}^2$ come in figura. Una forza agisce sul pistone tramite una puleggia di massa trascurabile. Inizialmente, nessuna forza tira la corda, e il gas si trova a pressione atmosferica, come i suoi dintorni, occupando un volume $V_0 = 2\,\mathrm{L}$. Successivamente, la corda viene tirata con sempre maggiore forza, che però varia molto lentamente nel tempo, fino a fermarsi a un valore massimo $F = 10\,\mathrm{N}$. Sapendo che il pistone ha massa nulla e il gas è completamente isolato termicamente dall'ambiente circostante, calcolare il volume massimo raggiunto dal gas.

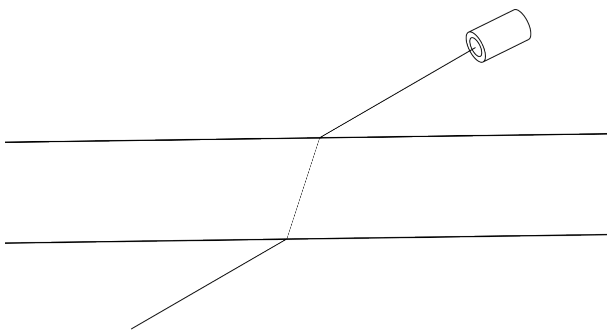
Unità di misura: L.   *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 14 — Palloncino accelerato

Un palloncino è fissato al pavimento del vagone di un treno con un cavo lungo $l = 1\,\mathrm{m}$. Il vagone è lungo $L = 10\,\mathrm{m}$ e il cavo è fissato in un punto equidistante dalle pareti anteriore e posteriore. Dentro il palloncino è presente un gas poco denso, in modo tale che complessivamente esso sia meno denso dell'aria circostante. A un certo istante il treno comincia a muoversi con accelerazione uniforme di $a = 5\,\mathrm{m/s^2}$, nel verso in cui è orientato il vagone. Una volta raggiunto l'equilibrio, quanto dista il palloncino dalla parete posteriore del vagone? Si trascurino gli scambi d'aria tra il vagone e l'esterno.

Unità di misura: m.   *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 15 — Materiale Filtrante



Un nuovo materiale sviluppato da alcuni laboratori segreti possiede indice di rifrazione $n = 1.63$. La particolarità del materiale è che, se un raggio di luce si muove al suo interno, allora la sua intensità I diminuisce in funzione della distanza percorsa x secondo la legge $I(x) = I_0 e^{-kx}$, con $k = 0{,}3\,\mathrm{cm}^{-1}$ e I_0 intensità iniziale del raggio di luce. Se un laser spara su una lastra del nostro materiale di spessore $d = 5\,\mathrm{cm}$, come in figura, con angolo di incidenza $\theta_i = 45°$, calcola il rapporto tra l'intensità del raggio laser quando esce dalla lastra e quella di quando entra. Si trascuri l'energia persa per riflessione. Prima di entrare nel materiale, e dopo esserne riemerso, il raggio si muove nel vuoto.

Unità di misura: adimensionale. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 16 — Miscuglio di gas

Durante un esperimento vengono mescolate nello stesso contenitore n_1 moli di gas perfetto monoatomico e n_2 di gas perfetto biatomico. Uno studente misura che il rapporto p^5/T^{16} rimane costante durante un'espansione adiabatica, dove p è la pressione del miscuglio di gas e T la sua temperatura. Quanto vale il rapporto $\frac{n_1}{n_2}$? La trasformazione è quasistatica.

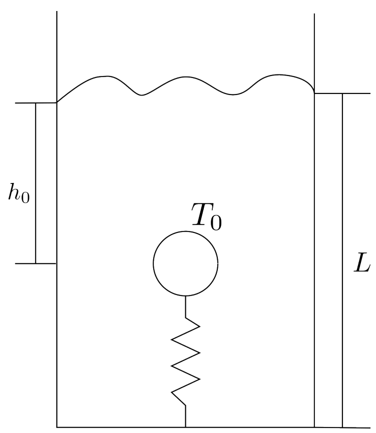
Unità di misura: adimensionale. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 17 — Vedo doppio?

Due sorgenti luminose puntiformi sono posizionate in due punti differenti dell'asse ottico di una lente convessa, in modo tale che le due immagini (reali o virtuali) create dalla lente coincidano. Sapendo che la distanza focale della lente è $f = 9\,\mathrm{cm}$ e che una delle due sorgenti dista $p_1 = 18\,\mathrm{cm}$ da essa, quanto vale la distanza tra le due sorgenti?

Unità di misura: m. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 18 — Palloncino subacqueo



Un palloncino contenente un gas perfetto si trova in una bacinella d'acqua alla profondità $h_0 = 7\,\mathrm{m}$, ed è legato al fondo della bacinella da una molla con lunghezza a riposo nulla (si veda la figura). Il sistema è inizialmente alla temperatura $T_0 = 20\,°\mathrm{C}$, e viene scaldato fino alla temperatura $T = 50\,°\mathrm{C}$. Sapendo che l'acqua della bacinella ha un'altezza $L = 10\,\mathrm{m}$, trovare la nuova profondità del palloncino una volta riscaldato. La pressione atmosferica e il peso del palloncino possono essere ignorati. Si trascuri inoltre la variazione della densità dell'acqua con la temperatura. La lunghezza caratteristica del palloncino è sempre molto minore di L.

Unità di misura: m. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 19 — Pendolo di Newton difettoso

Si consideri un pendolo di Newton formato da sue sole sferette metalliche identiche. A causa di effetti dissipativi, dopo ogni urto il 13% dell'energia cinetica delle sferette calcolata nel sistema di riferimento del centro di massa viene disperso. Di conseguenza, dopo un po' di tempo, le palline rimangono attaccate e cominciano a oscillare insieme.

La sferetta sinistra viene inclinata di $-5°$, quella destra di $2°$, e vengono fatte partire da ferme. Le palline hanno massa $m = 3\,\mathrm{g}$ e i fili a cui sono appesi sono lunghi $\ell = 27\,\mathrm{cm}$. La distanza tra i punti cui sono appesi i fili delle due sferette è trascurabile.

Qual è il modulo dell'ampiezza angolare finale di oscillazione, quando le due sferette si muovono assieme?

Unità di misura: °. *Precisione richiesta:* 0.5%.

PROB. 20 — Monetina intrappolata ———

Una moneta di massa $m_c = 10\,\mathrm{g}$ e densità $\rho_c = 8900\,\mathrm{kg/m^3}$ è congelata dentro un blocco di ghiaccio. Il ghiaccio e la moneta si trovano a $0\,°\mathrm{C}$. Il pezzo di ghiaccio senza la moneta pesa $130\,\mathrm{g}$. Il blocco viene messo in una bacinella che contiene un volume $V = 400\,\mathrm{mL}$ di acqua, alla temperatura iniziale T. Calcola la minima T affinché, una volta raggiunto l'equilibrio, la moneta e il ghiaccio precipitino sul fondo della bacinella.

Unità di misura: °C. *Precisione richiesta:* 0.5%.

Tavola di Costanti fisiche

Costante	Simbolo	Valore
Costanti fisiche primarie [Valori esatti per definizione]		
Velocità della luce nel vuoto	c	$2{,}997\,924\,58 \times 10^{8}$ m s^{-1}
Carica elementare	e	$1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C
Costante di Planck	h	$6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J s
Costante di Boltzmann	k_B	$1{,}380\,649 \times 10^{-23}$ J K^{-1}
Numero di Avogadro	N_A	$6{,}022\,140\,76 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Altre costanti fisiche *		
Costante di gravitazione	G	$6{,}674 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$4\pi \cdot 1 \times 10^{-7}$ N A^{-2}
Costante dielettrica del vuoto: $1/(\mu_0 c^2)$	ϵ_0	$8{,}8542 \times 10^{-12}$ F m^{-1}
Costante elettrostatica: $1/(4\pi\epsilon_0)$	k_{es}	$8{,}9876 \times 10^{9}$ F^{-1} m
Costante di Faraday: $N_A e$	F	$9{,}6485 \times 10^{4}$ C mol^{-1}
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	$5{,}6704 \times 10^{-8}$ W m^{-2}K^{-4}
Raggio di Bohr	a_0	$0{,}529\,177\,72 \times 10^{-10}$ m
Massa del protone	m_p	$1{,}672\,62 \times 10^{-27}$ kg
		$938{,}27$ MeV$/c^2$
Massa del neutrone	m_n	$1{,}674\,93 \times 10^{-27}$ kg
		$939{,}55$ MeV$/c^2$
Massa dell'elettrone	m_e	$9{,}1094 \times 10^{-31}$ kg
		$511{,}00$ keV$/c^2$
Unità di massa atomica	u	$1{,}660\,54 \times 10^{-27}$ kg
Costante universale dei gas	R	$8{,}314\,46$ J mol^{-1} K^{-1}
Dati che possono essere necessari *		
Accelerazione di gravità al suolo	g	$9{,}806\,65$ m s^{-2}
Massa della Terra	$M_\oplus$	$5{,}972 \times 10^{24}$ kg
Massa del Sole	$M_\odot$	$1{,}988 \times 10^{30}$ kg
Distanza media Terra-Sole	UA	$149{,}6 \times 10^{9}$ m
Raggio terrestre	$R_\oplus$	$6{,}375 \times 10^{6}$ m
Raggio del Sole	$R_\odot$	$6{,}957 \times 10^{8}$ m
Pressione atmosferica standard	p_0	$1{,}013\,25 \times 10^{5}$ Pa
Temperatura standard dell'acqua (0 °C)	T_0	$273{,}15$ K
Densità dell'acqua (a 4 °C)†	ρ_{a}	$1{,}000 \times 10^{3}$ kg m^{-3}
Calore specifico dell'acqua (a 20 °C)†	c_{a}	$4{,}182 \times 10^{3}$ J kg^{-1} K^{-1}
Calore di vaporizzazione dell'acqua (a 100 °C)†	λ_{v}	$2{,}257 \times 10^{6}$ J kg^{-1}
Densità del ghiaccio (a 0 °C)†	ρ_{g}	$0{,}917 \times 10^{3}$ kg m^{-3}
Calore di fusione del ghiaccio	λ_{f}	$3{,}344 \times 10^{5}$ J kg^{-1}

* Valori arrotondati, da considerare esatti nella soluzione dei problemi.

† Salvo diversa indicazione, questi dati si potranno utilizzare anche ad altre temperature senza errori importanti.